2019年安徽省中小学新任教师公开招聘考试

中学数学真题及答案

一. 单选

1. 已知全集U=R，集合P={ y=| y=$\sqrt{x-1}$ } $\complement_U$P=　　（　　）

A（-∞　，0）

B（-∞，0]

C（-∞，1）

D（-∞，1]

1. A【解析】由题意，$y=\sqrt{x-1}\geq 0$，故 $P=\{y|y\geq 0\}$，$C_UP=(-\infty,0)$，故选A.

2. 若a，b均为单位向量，且a*b=1/4，则|3a+2b|的值为　　（　　）

A. $\sqrt{13}$

B. 4

C. 5

D. 16

2. B【解析】由题意，$(3\vec{a}+2\vec{b})^2=9\vec{a}^2+4\vec{b}^2+12\vec{a}\cdot\vec{b}=9+4+12\times\frac{1}{4}=16$，故$|3\vec{a}+2\vec{b}|=4$，故选B.

3. 已知无理数$\sqrt{26+\sqrt{660}}$可被改写成$\sqrt{a}+\sqrt{b}$，其中a，b是整数，且a>b，则a-b的值是　　（　　）

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

3. D【解析】$\left(\sqrt{26+\sqrt{660}}\right)^2=(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2$，$\sqrt{26+\sqrt{660}}=a+b+2\sqrt{ab}$，可得$a+b=26$，$ab=165$．所以$(a-b)^2=(a+b)^2-4ab=16$，故$a-b=4$.

4. 袋中有6个大小相同的乒乓球，其中3个为橙色，3个为白色，现从中随机抽取两个，则取出的两个颜色相同的概率　　（　　）

A. 2/15

B. 1/5

C. 1/3

D. 2/5

4. D【解析】由题意，$P=\frac{C_3^2+C_3^2}{C_6^2}=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$，故选D.

5. 记函数 f(x) 的反函数为$f^{-1}(x)$，若f（x）=$\log_3 x$，则f^{-1}（-1）=　　（　　）

A. -3
B. -1/3
C. 1/3
D. 3

5. C【解析】$f(x)=\log_3 x$，$f^{-1}(x)=3^x$，$f^{-1}(-1)=\frac{1}{3}$，故选 C.

6. 为了得到 y=tan（2x- π/3）的图像沿 X 轴 （ ）
A. 向左平行移动 π/6 个单位长度
B. 向右平行移动 π/6 个单位长度
C. 向左平行移动 π/3 个单位长度
D. 向右平行移动 π/3 个单位长度

6. A【解析】$y=\tan\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位得到 $y=\tan\left[2\left(x+\frac{\pi}{6}\right)-\frac{\pi}{3}\right]=\tan 2x$，故选 A.

7. 设集合 S=｛1,2,3,4｝，则满足 f（f（x））=x 的映射 f：s→s 的个数是 （ ）
A. 13
B. 12
C. 11
D. 10

8. 《普通高中教学课程标准（2011 年版）》指出高中数学课程是义务教育后普通高级中学的主要课程，具有 （ ）
A. 基础性，发展性，创新性
B. 基础性，普及性，发展性
C. 基础性，选择性，发展性
D 基础性，实践性，发展性

9. 《普通高中课程标准（2011 年版）》从数学思考方面阐述课程总目标时提出学会独立思考，体会数学的基本思想和 （ ）
A. 基本活动经验
B. 思维要求
C. 基本过程
D. 基本方法

10. 《义务教育教学课程标准（2011 版）》在实施建议中指出：现代信息技术的作用不能完全替代原有经验的教学手段，其真正价值在于实现原有的教学手段难以达到甚至达不到的效果，下列采用信息技术的方式，不符合上述实施建议的是 （ ）
A. 利用计算机展示教学内容，节约教师板书时间
B. 利用计算机展示函数图像，几何图形运动的变化过程
C. 从数据库中获取数据，绘制合适的统计图表
D. 利用计算机的随机模拟效果，引导学生更好地理解随机事件以及随机事件发生的概率

二．填空题

11．设函数 f（x）$=4^x-2^{1+x}-8$，则 A=｛x∈（-4，4）｜f（x）>0｝的区间长度是_______

12．计 算 $\begin{vmatrix} \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ -\cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ =_______

13．在极坐标系中。若点 p 的坐标为（8，　π/2），点 A 在曲线 $\rho=2\sqrt{2}\cos(\theta-\pi/4)$ 上，则｜AP｜的最小值为______

14．求值 $\int_1^e x\ln x dx=$_____

15．《义务教育学课程标准（2011 年版）》指出，在义务教育阶段，“统计与概率”的主要内容有______

①收集，整理和描述数据，包括简单抽样，整理调查数据，绘制统计图表等

②处理数据，包括计算平均数，中位数，众数方差等

③从数据中提取信息并进行简单推断

④对推断结果进行检验

⑤简单随机事件及其发生的概率

11． 2【解析】$f(x)=4^x-2^{1+x}-8=(2^x)^2-2\cdot2^x-8=(2^x-4)(2^x+2)$，$f(x)>0$，则 $2^x>4$ 或 $2^x<-2$，可得 $x>2$，区间长度为 $4-2=2$.

12． 1【解析】$\begin{vmatrix} \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ -\cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}=\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$.

13．$4\sqrt{2}$【解析】由 $\rho=2\sqrt{2}\cos\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)$ 可得 $\rho^2=2\rho\cos\theta+2\rho\sin\theta$，故曲线为 $x^2+y^2-2x-2y=0$，即 $(x-1)^2+(y-1)^2=2$，是以 C(1，1)为圆心，$\sqrt{2}$ 为半径的圆．在极坐标中点 P 的坐标为$\left(8，\frac{\pi}{2}\right)$，可得 P(0，8)，$|AP|$ 的最小值为 $|PC|-r=\sqrt{7^2+1^2}-\sqrt{2}=4\sqrt{2}$.

14．$\frac{e^2+1}{4}$【解析】$\int_1^e x\ln x dx=\int_1^e \ln x d\frac{x^2}{2}=\frac{x^2}{2}\ln x\Big|_1^e-\int_1^e\frac{x^2}{2}\cdot\frac{1}{x}dx=\frac{e^2}{2}-\frac{x^2}{4}\Big|_1^e=\frac{e^2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{e^2+1}{4}$.

15．①②③⑤【解析】略.

三．简答题

16．已知数列｛a_n｝是首项 $a_1=1$ 的等比数列，且 $a_2+a_3=6$

（Ⅰ）求数列｛a_n｝的通项公式

（Ⅱ）若数列｛a_n｝为正向数列，设 $b_n=\log_2 an+1$，求数列｛b_n｝的前 n 项和 Sn

16.【解析】（1）由题意，$a_2+a_3=a_1q+a_1q^2=6$，

所以$q^2+q-6=0$，解得 $q=-3$ 或 $q=2$.

所以$a_n=2^{n-1}$或$a_n=(-3)^{n-1}$.

（2）数列$\{a_n\}$是正项数列，所以$a_n=2^{n-1}$，

$b_n=a_n+\log_2 a_n+1=a_n+n=2^{n-1}+n$，

所以$S_n=1+2+2^2+\cdots+2^{n-1}+\frac{n(n+1)}{2}$

$=\frac{1-2^n}{1-2}+\frac{n^2+n}{2}=2^n+\frac{n^2+n-2}{2}$.

17. 如图，在棱锥 P—啊、ABCD 中，平面 PCD⊥平面 ABCD，AB//CD，AB⊥BC，AB=4，BC=CD=PC=PD=2

（Ⅰ）设点 E 为 PA 中点，求证 DE//平面 PBC

【解析】（1）取 PB 的中点 M，连接 EM，CM.

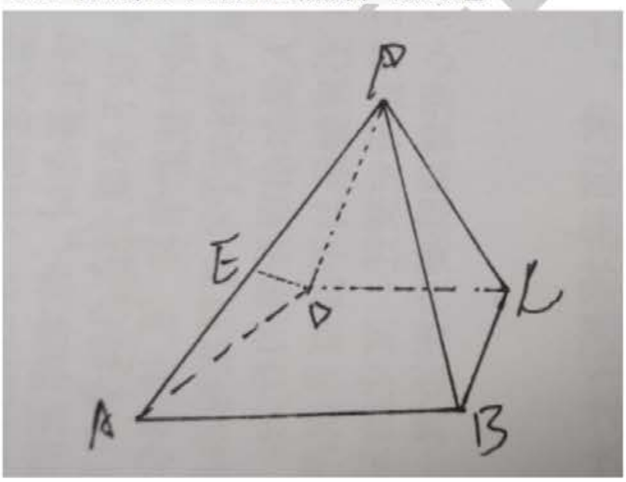
EM 为△PAB 的中位线，则 $EM\overset{\parallel}{=}\frac{1}{2}AB$，故 $EM\overset{\parallel}{=}CD$.

则四边形 EMCD 为平行四边形，所以 $ED\parallel CM$.

又因为 $ED\not\subset$平面 PBC，$CM\subset$平面 PBC，

所以 $DE\parallel$平面 PBC.

（Ⅱ）求直线 PA 与平面 ABCD 所成角 α 的正弦值



（2）如图，取 DC 的中点 N，连接 PN，AN.

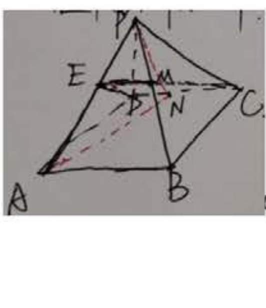
因为 PDC 为等边三角形，所以 PN ⊥ DC.

又因为平面 PDC ⊥平面 ABCD，

所以 PN ⊥平面 ABCD，

则∠PAN 为 PA 与平面 ABCD 所成的角.

由 PN ⊥平面 ABCD，可知 PN ⊥ AN，



又 PN＝$\sqrt{3}$，AN＝$\sqrt{13}$，

在 Rt△PAN 中，PA＝$\sqrt{16}=4$，

$\sin\angle PAN=\frac{PN}{PA}=\frac{\sqrt{3}}{4}$.

18.设函数 f（x）=（ax²-3x+5）eˣ，a∈R

（Ⅰ）当 a=5 时，求函数 f（x）的极值点

【解析】（1）由题意，$f(x)=(5x^2-3x+5)e^x$，

则$f'(x)=(5x^2-7x+2)e^x=(x+1)(5x+2)e^x$.

令$f'(x)=0$，可得 $x=-1$ 或 $x=-\frac{2}{5}$.

当 $x<-1$ 时$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增，

当$-1<x<-\frac{2}{5}$时，$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减，

当 $x>-\frac{2}{5}$时，$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增.

故 $x=-1$ 为极大值点，$x=-\frac{2}{5}$为极小值点.

$f(-1)=13e^{-1}$，$f\left(-\frac{2}{5}\right)=7e^{-\frac{2}{5}}$.

故极大值点为$(-1，13e^{-1})$，极小值点为$\left(-\frac{2}{5}，7e^{-\frac{2}{5}}\right)$.

（Ⅱ）若函数 f(x)在 R 上为单调函数，求 a 的取值范围

由题意，$f(x)=(ax^2-3x+5)e^x$，$f'(x)=[ax^2-(2a-3)x+2]e^x$.

令 $h(x)=ax^2-(2a-3)x+2$，则 $h(x)>0$ 或 $h(x)<0$ 在 R 上恒成立.

①若 $h(x)>0$ 在 R 上恒成立，则$\begin{cases} a>0， \\ \Delta=[-(2a-3)]^2-8a<0， \end{cases}$ 解得$\frac{1}{2}<a<\frac{9}{2}$.

②若 $h(x)<0$ 在 R 上恒成立，则$\begin{cases} a<0， \\ \Delta=[-(2a-3)]^2-8a<0， \end{cases}$ 解得$\begin{cases} a<0， \\ \frac{1}{2}<a<\frac{9}{2}， \end{cases}$ 此时无解.

综上，a 的取值范围是$\left(\frac{1}{2}，\frac{9}{2}\right)$.

19.已知抛物线 C：y²=2px（p>0）的焦点为 F，直线 y=x 与抛物线 C 交于点原点 O 与点 P

（Ⅰ）若三角形 OPF 的面积为 2，求抛物线 C 的方程

【解析】（1）由题意，联立$\begin{cases} y^2=2px， \\ y=x \end{cases}$ 可得 $x=2p$.

故 P$(2p，2p)$，且 F$\left(\frac{p}{2}，0\right)$.

所以 $S_{\triangle OPF}=\frac{1}{2}\times\frac{p}{2}\times 2p=\frac{1}{2}p^2=2$，解得 $p=2$.

所以抛物线 C 的方程为 $y^2=4x$.

（Ⅱ）作直线 OP 的平行线 l，若直线 l 与抛物线 C 交于点 A,B，设线段 OP，AB 的中点，分别为 M，N。求证 MN 平行与 X 轴。

（2）设直线 AB 的方程为 $y=x+m$，

联立$\begin{cases}y^2=2px,\\ y=x+m\end{cases}$ 可得$y^2-2py+2pm=0$.

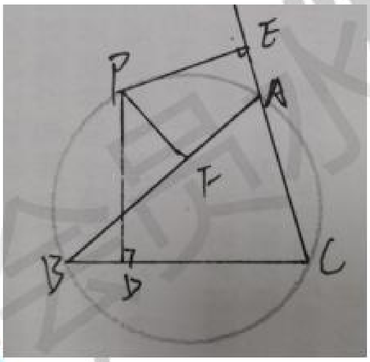
设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则$N_y=\frac{y_1+y_2}{2}=p$.

联立$\begin{cases}y^2=2px,\\ y=x\end{cases}$ 可得$y^2-2py=0$，

则$y_1=0$，$y_2=2p$. $M_y=p$.

因为$M_y=N_y$，所以 MN 平行于 x 轴.

20. 如图，设点 P 是三角形 ABC 的外接圆上任意一点，过点 P 作吧、BC,CA,CB，所在直线的垂线，垂足分别为 D,E,F 三点共线。



【解析】证明：如图，连接 PA，PC，

因为 PE ⊥ AE，PF ⊥ AF，故 A、E、P、F 四点共圆.

所以∠PEF = ∠PAF.（同弧所对的圆周角相等）

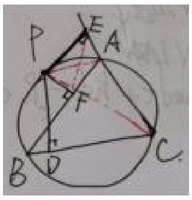
因为∠PAF = ∠PAB = ∠PCD = ∠PCB，

所以∠PEF = ∠PCD.

又因为 PE ⊥ EC，PD ⊥ DC，故 P、E、C、F 四点共圆.

所以∠PED = ∠PCD，所以∠PEF= ∠PED.

故 D、E、F 三点共线.



21. 案例分析

某教材“实教”部分教学内容选择了素材编排如下

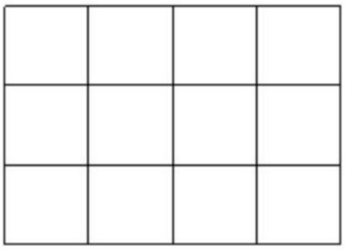
素材以及编排

思考

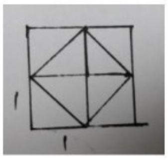
20 个点（称为格点）中，我们可以选择 4 个格点作为顶点连成一个正方形，叫做格点正方形，你能找出多少种面积互不相同的格点正方形？

（1）有面积分别为 1, 4, 9 的正方形吗？

（2）有面积是 2 的格点正方形吗？把它画出来（另：还有与这些面积不相同的格点正方形吗？）



我们看到四个边长为 1 的相邻正方形的对角线就围成一个面积为 2 的格点正方形。这种张方形的边长应是多长？



设这种正方形的边长为 x，则 $x^2=2$，因为 $x>0$，所以 $x=\sqrt{2}$.

（Ⅰ）试分析上述素材及其编排的意图？

（Ⅱ）在素材的呈现上，教材体现的特点是什么？

22. 教学设计

依据《义务教育教学课程标准（2011 年版）》课程设计思路和素材，撰写一份侧重数学建模素养培养的教学过程设计（只要求写出教学过程）

《义务教育教学课程标准（2011 年版）》在课程设计思路中指出，模型思想的建立是学生体会和理解数学与外部世界联系的基本途径，建立和求解模型的过程包括：从现实生活或具体情境中抽象出数学问题用数学符号建立方程，不等式，函数等表示数学问题中的数量关系和变化规律，求出结果并讨论结果的意义，这些内容的学习有助于学生初步形成模型思想，提高学习数学的兴趣和应用意识。

素材脚长与脚号对应表如下

脚长 a_n/mm	220	225	230	235	240	245	250	255	260	265
脚号 b_n/mm	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43

（Ⅰ）找出满足表 1 中对应规律的计算公式，通过实际脚长 a, 计算出鞋号 b

（Ⅱ）根据计算公式，计算 30 号的童鞋所对应的脚长是多少？

（Ⅲ）如果一个篮球运动员脚长 282mm，根据计算公式，他应该穿多大号的鞋？